Jean Butlen

Terminale spécialité Mathématiques expertes
M. Bérard

Colle S10

04/12/25

1 Démonstration

Démontrer la **Formule du binôme de Newton**.

2 Exercice

2.1 Calcul d'une somme

Soient k, p et n des entiers naturels tels que $0 \leqslant k \leqslant p \leqslant n$.
Justifier l'égalité suivante :

$$\binom{n}{k} \times \binom{n-k}{p-k} = \binom{p}{k} \times \binom{n}{p}.$$

En déduire

$$\sum_{k=0}^{p} \binom{n}{k} \times \binom{n-k}{p-k} = 2^p \binom{n}{p}.$$

Grégoire Le Barber

Terminale spécialité Mathématiques expertes
M. Bérard

Colle S10

04/12/25

1 Démonstration

Démontrer la proposition suivante :

Proposition 1 – Calcul des cœfficients binomiaux

Soient E un ensemble de cardinal $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{N}$ avec $k \leqslant n$.
On a alors :

$$\binom{n}{k} = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

2 Exercice

2.1 Calxuls de deux sommes

Soient un entier naturel $n \leqslant 1$ et f la fonction $x \longmapsto (1+x)^n$.

1. En dérivant cette fonction de deux façons, montrer que

$$\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} = n \times 2^{n-1}.$$

2. En dérivant deux fois la fonction f et en supposant que $n \leqslant 2$, justifier que

$$\sum_{k=0}^{n} k^2\binom{n}{k} = n(n+1) \times 2^{n-2}.$$